数 学（８０分）

Ⅰ　試験全体に関する注意

１．係員の許可なしに，部屋の外に出ることはできません。

２．この問題冊子を持ち帰ることはできません。

Ⅱ　問題冊子に関する注意

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見ないでください。

２．試験開始の合図があったら，下の欄に，受験番号と名前を，受験票と同じように記入してください。

Ⅲ　解答方法に関する注意

１．解答は，解答用紙に鉛筆（HB）で記入してください。

２．問題文中の解答番号 [1] 以降には，0，1，2，3，……，9 の数字のうち，いずれか 1 つが入ります（１桁の整数“1”は [1]，２桁の整数“12”は [1][2]，３桁の整数“123”は [1][2][3] のように並べて表す）。

解答に関する記入上の注意

⑴　根号（$\sqrt{\ }$）を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください（$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない）。

⑵　分数を答えるときは，既約分数（reduced fraction）にして答えてください。

３．解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

受験番号	
名　　前	

数 学（８０分）

第１問　次の文章中の［1］～［24］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　［1］～［24］

(A)

$f(x)=x^2+4x+3$ とし，放物線 $y=f(x)$ を C とする。C を x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した放物線を $C'：y=g(x)$ とする。ただし，p，q は実数の定数である。

(1) $p=5$，$q=2$ のとき，$g(x)=x^2-$［1］$x+$［2］［3］ である。

(2) x の不等式 $g(x)\leqq 0$ の解が $1-\sqrt{2}\leqq x\leqq 1+\sqrt{2}$ であるとき，$p=$［4］，$q=-$［5］である。

(3) $g(x)$ の最小値が $\frac{3}{5}$ であるとき，$q=\dfrac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$ である。

(4) C' が x 軸から切り取る線分の長さが $\sqrt{10}$ であるとき，$q=-\dfrac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$ である。

(5) $q=0$ とする。$f(x)$ の $4\leqq x\leqq 10$ における最大値および最小値と，$g(x)$ の $3\leqq x\leqq 9$ における最大値および最小値がともに一致するとき，

$p=-$［10］，［11］［12］ である。

(B)

(1) 1000 以下の正の整数のうち，6 の倍数は全部で 13 14 15 個である。

(2) 1000 以下の正の整数のうち，6 と互いに素なものは全部で 16 17 18 個である。

(3) 1000 以下の正の整数のうち，平方数は全部で 19 20 個ある。

(4) 100 以下の正の整数のうち，80! と互いに素なものは全部で 21 個ある。

(5) 100 以下の正の有理数のうち，分母が 8 である既約分数は全部で 22 23 24 個ある。

〔 1 ～ 24 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第２問　次の文章中の 25 ～ 52 に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　25 ～ 52

(A)

$t = 2\sin\theta + \cos\theta$ とし，$f(\theta) = 4\sin 2\theta - 3\cos 2\theta - 6\sin\theta - 3\cos\theta$ とする。

(1) 鋭角の定数 α を用いて，$t = \sqrt{\boxed{25}}\sin(\theta + \alpha)$ と表すことができる。

(2) $t^2 = \dfrac{\boxed{26}}{\boxed{27}} - \dfrac{\boxed{28}}{\boxed{29}}\cos 2\theta + \boxed{30}\sin 2\theta$ である。

(3) $f(\theta) = \boxed{31}t^2 - \boxed{32}t - \boxed{33}$ である。

(4) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，t の最大値は $\sqrt{\boxed{34}}$，最小値は $\boxed{35}$ である。

(5) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$f(\theta)$ の最小値は $-\boxed{36}$ である。

(B)

n を正の整数とし，連立不等式 $0 \leqq y \leqq f(x)$，$0 \leqq x \leqq n$ で定まる xy 平面上の領域を D とする。D 上の格子点の個数を S_n とする。ただし，格子点とは x 座標および y 座標がともに整数となる点のことである。

(1) $f(x) = x^2$ とする。D 上の格子点で，x 座標が 0 のものは全部で $\boxed{37}$ 個，

x 座標が 1 のものは全部で $\boxed{38}$ 個ある。したがって，$S_1 = \boxed{39}$ である。

(2) $f(x) = x^3$ とする。$S_9 = \boxed{40}\boxed{41}\boxed{42}\boxed{43}$ である。

(3) $f(x) = x^4 - (x-1)^4$ とする。$S_9 = \boxed{44}\boxed{45}\boxed{46}\boxed{47}$ である。

(4) $f(x) = \sqrt{x}$ とする。$S_{100} = \boxed{48}\boxed{49}\boxed{50}$ である。

(5) $f(x) = -x + 100$ とする。S_n が 3 の倍数となる 100 以下の正の整数 n は全部で $\boxed{51}\boxed{52}$ 個ある。

〔 $\boxed{25}$～$\boxed{52}$の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第３問　次の文章中の 53 ～ 68 に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　53 ～ 68

(1) $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$ とする。曲線 $y=f(x)$ および，x 軸，直線 $x=1$，$x=2$ によって囲まれた部分を D とする。

(i)　$f'(x)=$ 53 $-$ 54 x^{-} 55 である。また，$f'(x)=0$ とすれば，$x=$ 56 である。

(ii)

$$\int_1^2 \frac{8}{x}\,dx = \boxed{57}\log\boxed{58}$$

$$\int_1^2 \frac{16}{x^4}\,dx = \frac{\boxed{59}\boxed{60}}{\boxed{61}}$$

である。ただし，58 は素数である。

(iii) D を x 軸の周りに一回転してできる立体の体積は $\left(\boxed{62}\log\boxed{63}+\boxed{64}\right)\pi$ である。ただし，63 は素数である。

(2) $g(x)=x^3-ax^2+4$ とする。ただし，a は実数の定数である。

x の方程式 $g(x)=0$ の異なる実数解の個数が 3 個となる a の値の範囲は，$a>$ 65 である。

(3) $h(x)=x^4-(a+1)x^3+ax^2+4x-4$ とする。

$h(1)=$ 66 である。x の方程式 $h(x)=0$ の異なる実数解の個数が 3 個となるような定数 a の条件は，$a=$ 67，68 である。ただし，67 $<$ 68 とする。

〔 53 ～ 68 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第４問　次の文章中の 69 ～ 79 に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　69 ～ 79

複素数平面上に 3 点 $\mathrm{A}(1+2i)$，$\mathrm{B}(3+i)$，$\mathrm{C}(\alpha)$ がある。ただし，i は虚数単位である。

また，偏角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で考える。

(1) α の大きさが 4，偏角が $\frac{\pi}{3}$ のとき，$\alpha = \boxed{69} + \boxed{70}\sqrt{\boxed{71}}i$ である。

このとき，α^{10} の大きさは $2^{\boxed{72}\boxed{73}}$ であり，偏角は $\frac{\boxed{74}}{\boxed{75}}\pi$ である。

(2) 三角形 ABC が $\angle \mathrm{ABC} = 90°$ の直角二等辺三角形であるとき，

$\alpha = \boxed{76} + \boxed{77}i$，$\boxed{78} - i$ である。

(3) x の 3 次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ の 3 つの解が，$x = 1+2i$，$3+i$，α であるとする。ただし，p，q は複素数の定数であり，r は実数の定数である。このとき，α の偏角を ϕ とすれば，$\tan\phi = -\boxed{79}$ である。

〔 69 ～ 79 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

数学の問題はこれで終わりです。解答欄の 80 ～ 100 はマークしないでください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。