数学Ⅰ・数学Ａ

問題は第４問まであります

＜答えに関する注意事項＞

１．以下の問題の解答番号 1 以降には，0，1，2，3，・・・・・・，9の数字のうち，いずれか 1 つが入る（１桁の整数“1”は 1 ，２桁の整数“12”は 1 2 ，３桁の整数“123”は 1 2 3 のように並べて表す）。

２．解答が120，解答欄が 1 2 3 の場合，解答は以下のようになる。

1 ＝①， 2 ＝②， 3 ＝⑩

３．分数は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えるものとする。

４．根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えるものとする（例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない）。

第１問　次の文章中の［1］～［19］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［19］

(A)

$f(x) = x|x+2|$ とする。

(1)　x の方程式 $f(x) = 0$ の実数解を求めると，$x =$ ［1］，$-$［2］ である。

(2)　$t = 1 - 2\sqrt{3}$ とする。$f(t) + f(-t) =$ ［3］$\sqrt{}$［4］$-$［5］ である。

(3)　x の方程式 $f(x) = ax$ の異なる実数解の個数が 2 個であるとき，$a =$ ［6］，［7］

である。ただし，［6］$<$［7］ である。

(B)

実数全体を全体集合とし，その部分集合 A，B，C，D を次のように定める。

$$A = \{\, x \mid -4 \leqq x \leqq 8 \,\}$$

$$B = \{\, 2x + y \mid x \in A,\ 2y \in A \,\}$$

$$C = \{\, x^2 \mid 2x \in A \,\}$$

$$D = \{\, x - y \mid x \in B,\ y \in C \,\}$$

(1)　B に属する異なる整数は全部で ［8］［9］個ある。

(2)　C に属する異なる整数は全部で ［10］［11］個ある。

(3)　D に属する異なる整数は全部で ［12］［13］個ある。

(C)

一辺の長さが 2 の立方体 C と，2 つの球 B_1，B_2 がある。B_1 は C に内接しており，C は B_2 に内接している。

(1) B_1 の体積は $\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}}\pi$ である。

(2) B_2 の表面積は $\boxed{16}\boxed{17}\pi$ である。

(3) B_2 に内接する正四面体の体積は，B_1 に内接する正四面体の体積の $\boxed{18}\sqrt{\boxed{19}}$ 倍である。

〔 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{19}$ の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第２問　次の文章中の［1］～［22］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　**解答番号［1］～［22］**

長方形 ABCD があり，$\mathrm{AB} = 2x - 5$，$\mathrm{BC} = 12 - x$ である。この長方形の周の長さを $L(x)$，面積を $S(x)$ とする。

(1)　x のとる値の範囲は，$\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}} < x < \boxed{3}\boxed{4}$ である。

$x = \dfrac{\boxed{5}\boxed{6}}{\boxed{7}}$ のとき，四角形 ABCD は正方形となる。

(2)　$L(x)$ のとる値の範囲は，$\boxed{8}\boxed{9} < L(x) < \boxed{10}\boxed{11}$ である。

$S(x)$ は，$x = \dfrac{\boxed{12}\boxed{13}}{\boxed{14}}$ のときに最大となる。

(3)　$S(x) = 44$ となる x の値を求めると，$x = \boxed{15}$，$\dfrac{\boxed{16}\boxed{17}}{\boxed{18}}$ である。

(4)　$S(x) \geqq a$ を満たす x のうち，$L(x)$ が整数となるものが 2 個であるような定数 a の値の範囲は，$\boxed{19}\boxed{20} < a \leqq \boxed{21}\boxed{22}$ である。

〔 1 ～ 22 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第３問　次の文章中の［1］～［16］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　**解答番号［1］～［16］**

四面体 OABC があり，$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90°$，$OA = 3$，$OB = 3\sqrt{2}$，$OC = 4$ である。B から辺 AC に垂線 BH を下ろす。辺OC の内部に点 P をとる。

(1)　$AB = \boxed{1}\sqrt{\boxed{2}}$，$AC = \boxed{3}$，$BC = \sqrt{\boxed{4}\boxed{5}}$ である。

(2)　四面体 OABC の体積は $\boxed{6}\sqrt{\boxed{7}}$ である。

(3)　$\cos\angle CAB = \dfrac{\sqrt{\boxed{8}}}{\boxed{9}}$ である。

(4)　$AH = \dfrac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ であり，$\angle OHA = \boxed{12}\boxed{13}^{\circ}$ である。

(5)　三角形 CHP の外接円の面積は，三角形 OHP の外接円の面積の $\dfrac{\boxed{14}\boxed{15}}{\boxed{16}}$ 倍である。

〔 1 ～ 16 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第４問　次の文章中の［1］～［20］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　**解答番号［1］～［20］**

立方体 ABCD−EFGH の 12 本の辺から，いくつかの辺を無作為に選ぶ。

(1) 2 つの辺の選び方は全部で ［1］［2］通りある。

(2) 4 つの辺の選び方は全部で ［3］［4］［5］通りある。

(3) 選んだ 4 つの辺が同一平面上にある確率は $\frac{［6］}{［7］［8］［9］}$ である。

(4) 選んだ 2 つの辺が同一平面上にあるが，立方体の 1 つの面に含まれない選び方は全部で ［10］通りある。

(5) 選んだ 2 つの辺が同一平面上に含まれる確率は $\frac{［11］}{［12］［13］}$ である。

(6) 選んだ 2 つの辺が平行である確率は $\frac{［14］}{［15］［16］}$ である。

(7) 選んだ 2 つの辺がねじれの位置にある選び方は全部で ［17］［18］通りある。

(8) 選んだ 2 つの辺がねじれの位置にあるとき，その選んだ辺上に頂点 A がない条件付き確率は $\frac{［19］}{［20］}$ である。

〔 1 ～ 20 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0