数学Ⅱ・数学Ｂ・数学Ｃ

問題は第４問まであります

＜答えに関する注意事項＞

１．以下の問題の解答番号 1 以降には，0，1，2，3，・・・・・・，9の数字のうち，いずれか 1 つが入る（１桁の整数“1”は 1 ，２桁の整数“12”は 1 2 ，３桁の整数“123”は 1 2 3 のように並べて表す）。

２．解答が120，解答欄が 1 2 3 の場合，解答は以下のようになる。

1 ＝①，2 ＝②，3 ＝⑩

３．分数は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えるものとする。

４．根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えるものとする（例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない）。

第１問　次の文章中の［1］～［25］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［25］

(A)

$0 < \alpha < \pi$，$0 < \beta < \pi$ とする。

(1) $\tan\alpha = \frac{5}{12}$，$\tan\beta = -\frac{3}{4}$ であるとき，$\cos(\alpha+\beta) = -\frac{\boxed{1}\boxed{2}}{\boxed{3}\boxed{4}}$ である。

(2) $\sin\alpha - \sin\beta = \frac{1}{2}$ であり，$\cos\alpha + \cos\beta = \frac{3}{4}$ であるとき，

$\cos(\alpha+\beta) = -\frac{\boxed{5}\boxed{6}}{\boxed{7}\boxed{8}}$ である。

(B)

(1) $\log_2\sqrt{8+\sqrt{48}} + \log_2\sqrt{8-\sqrt{48}} = \boxed{9}$ である。

(2) $\log_{0.5}\frac{1}{8} + \log_4 8 - (\log_3 16 - \log_9 64)\log_2 3 = \frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である。

(3) $\frac{(\log_6 3)^3 + (\log_6 2)^3 - (\log_6 3 + \log_6 2)}{(\log_6 3)^2 + (\log_6 2)^2 - (\log_6 3 + \log_6 2)} = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$ である。

(C)

O$(0,\ 0)$ を原点とする座標平面上に，3 つの直線 ℓ，m，n がある。

$\ell : 3x - y = 0$，$m : x - 3y = 0$，$n : 7x + 3y = 48$ である。ℓ と n の交点を A，m と n の交点を B とする。線分 AB を $1 : 2$ に内分する点を C とし，線分 AB を $2 : 1$ に外分する点を D とする。三角形 OAD の重心を G とする。

(1) C の座標は $\left(\boxed{14},\ \dfrac{\boxed{15}\boxed{16}}{\boxed{17}}\right)$ であり，D の座標は $\left(\boxed{18},\ -\boxed{19}\right)$ である。

(2) 三角形 OAD の面積は $\boxed{20}\boxed{21}$ である。

(3) 三角形 BOC の面積は，三角形 BOD の面積の $\dfrac{\boxed{22}}{\boxed{23}}$ 倍である。

(4) 三角形 CDG の面積は，三角形 OAB の面積の $\dfrac{\boxed{24}}{\boxed{25}}$ 倍である。

〔 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{25}$ の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第２問　次の文章中の［1］～［21］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［21］

次のような等式を満たす多項式 f(x) と g(x) がある。ただし，c は実数の定数である。

$$f(x) = 3x^2 + x\int_0^1 f(t)\,dt \quad \cdots[\text{ i }]$$

$$\int_{-1}^{x} g(t)\,dt = xf(x) + c \qquad \cdots[\text{ ii }]$$

(1) $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt = k$ とおくと，[i] より，$f(x) =$ ［1］$x^2 + kx$ である。

$k =$ ［2］ であり，$f(x) =$ ［3］$x^2 +$ ［4］x である。

[ii] より，$\displaystyle\int_{-1}^{x} g(t)\,dt = x\left(\boxed{3}x^2 + \boxed{4}x\right) + c$ である。

$c =$ ［5］ であり，$g(x) =$ ［6］$x^2 +$ ［7］x である。

$$\int_{-1}^{1}\{xf(x) + c\}\,dx = \frac{\boxed{8}\boxed{9}}{\boxed{10}}$$ である。

(2) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の座標は，$(0,\ 0)$ および，

$$\left(-\frac{\boxed{11}}{\boxed{12}},\ -\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}\right)$$ である。$g(x)$ は，$x = -\dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}}$ で，最小値 $-\dfrac{\boxed{17}}{\boxed{18}}$ をとる。

$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積を S とすると，

$$S = \frac{\boxed{19}}{\boxed{20}\boxed{21}}$$ である。

〔 1 ～ 21 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第３問　次の文章中の［1］～［24］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［24］

n を自然数とする。等差数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ と，公比が正の等比数列 $\{c_n\}$ がある。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする。$a_{10}=19$，$a_{15}=29$ である。$b_6=23$，$T_8=136$ である。$c_3=8$，$c_6=64$ である。

(1)　数列 $\{a_n\}$ の初項は［1］，公差は［2］であり，$a_n=$［3］$n-$［4］である。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の初項は［5］，公差は［6］であり，$b_n=$［7］$n-$［8］である。

(3)　$S_n+T_n=1220$ であるとき，$n=$［9］［10］である。

(4)　$a_n \cdot b_n=$［11］n^2-［12］$n+$［13］であり，

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \cdot b_k = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}} n\left(\boxed{16}n^2+\boxed{17}n-\boxed{18}\right)$$ である。

(5)　数列 $\{c_n\}$ の初項は［19］，公比は［20］である。

(6)　$d_n=a_n \cdot c_n$ とする。

$$\sum_{k=1}^{n} d_k = \boxed{21}^{n+1}\left(\boxed{22}n-\boxed{23}\right)+\boxed{24}$$ である。

〔 1 ～ 24 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第４問　次の文章中の［1］～［25］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［25］

$\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0)$ を原点とする座標空間に，3 点 $\mathrm{A}(4,\ 2,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 2,\ 2)$，$\mathrm{C}(4,\ 0,\ 1)$ がある。

(1) $\mathrm{OA} = \boxed{1}\sqrt{\boxed{2}}$ であり，$\mathrm{OB} = \boxed{3}\sqrt{\boxed{4}}$ である。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{5}$ であり，

$\cos\angle\mathrm{AOB} = \dfrac{\boxed{6}}{\sqrt{\boxed{7}\boxed{8}}}$ である。三角形 AOB の面積を S_1 とすると，$S_1 = \boxed{9}$ である。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boxed{10}$ であり，$\cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\boxed{11}}{\boxed{12}}$ である。三角形 ABC の面積を S_2 とすると，

$S_2 = \boxed{13}\sqrt{\boxed{14}}$ である。

(3) A から直線 BC に 垂線 AP を下ろす。$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ は実数の定数 k を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + k\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と表せる。$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ であることより，k の値を求めると，$k = \dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}}$ であり，

$\mathrm{BP} : \mathrm{PC} = \boxed{17} : \boxed{18}$ である。P の座標は $\left(\dfrac{\boxed{19}\boxed{20}}{\boxed{21}},\ \dfrac{\boxed{22}}{\boxed{23}},\ \dfrac{\boxed{24}}{\boxed{25}}\right)$ である。

〔 1 ～ 25 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0