数学Ⅱ・数学Ｂ・数学Ｃ

問題は第４問まであります

＜答えに関する注意事項＞

１．以下の問題の解答番号 1 以降には，0，1，2，3，‥‥‥，9の数字のうち，いずれか 1 つが入る（１桁の整数“1”は 1 ，２桁の整数“12”は 1 2 ，３桁の整数“123”は 1 2 3 のように並べて表す）。

２．解答が120，解答欄が 1 2 3 の場合，解答は以下のようになる。

1 ＝①，2 ＝②，3 ＝⑩

３．分数は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えるものとする。

４．根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えるものとする（例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない）。

第１問　次の文章中の［1］～［24］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号［1］～［24］**

(A)

$f(x) = 4\cos 2x + 8\sqrt{3}\sin x \cos x$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ である。

(1) $2x = t$ とおくと，$f(x) = \boxed{1}\sqrt{\boxed{2}}\sin t + 4\cos t$ である。

(2) 定数 α $(0 \leqq \alpha < \pi)$ を用いて，$f(x)$ は，$f(x) = \boxed{3}\sin(t + \alpha)$ と変形できる。

(3) $f(x)$ は，$x = \dfrac{\boxed{4}}{\boxed{5}}\pi$ であるとき最大値をとり，$x = \dfrac{\boxed{6}}{\boxed{7}}\pi$ であるとき最小値をとる。

(B)

実数 x と y は連立方程式 $\log_2(x + y) = 0$，$\log_4(x^3 + y^3) = 2$ を満たす。ただし，$x > y$ である。

(1) $xy = -\boxed{8}$，$x^2 + y^2 = \boxed{9}\boxed{10}$ である。

(2) $x = \dfrac{\boxed{11} + \sqrt{\boxed{12}\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ であり，$y = \dfrac{\boxed{15} - \sqrt{\boxed{16}\boxed{17}}}{\boxed{18}}$ である。

(C)

円 $C : x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ と，直線 $\ell : \sqrt{3}x - y + k = 0$ がある。ただし，k は正の定数である。

(1) C と ℓ が接するような k の値を求めると，$k =$ 19 である。

(2) C が ℓ から切り取る線分の長さが $2\sqrt{3}$ であるとする。$k =$ 20 である。

C と ℓ の共有点を A，B とする。線分 AB の中点を M とすると，

M の座標は $\left(-\frac{\sqrt{21}}{22},\ \frac{23}{24} \right)$ である。

〔 1 ～ 24 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第２問　次の文章中の［1］～［21］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　**解答番号**［1］～［21］

曲線 $C_1 : y = f(x)$ と，放物線 $C_2 : y = g(x)$ がある。$f(x) = x^3 - ax^2 + (a-1)x$，$g(x) = x^2 - (a-1)x$ である。ただし，a は実数の定数である。

(1) $a = 2$ とする。

$f(x)$ は，$x = \dfrac{[1]}{[2]}$ で極大値 $\dfrac{[3]}{[4][5]}$ をとり，$x = [6]$ で極小値 $[7]$ をとる。

$0 \leqq x \leqq t$ において，$f(x)$ の最大値が $\dfrac{[3]}{[4][5]}$ であるような定数 t の値の範囲は，

$\dfrac{[8]}{[9]} \leqq t \leqq \dfrac{[10]}{[11]}$ である。

(2) C_1 と C_2 が，$x = 2$ に対応する点で接線を共有するとする。

$a = [12]$ であり，この接線の方程式は，$y = [13]x - [14]$ である。

C_1 と x 軸の共有点の x 座標を求めると，小さい順に，$x = [15]$，$[16]$，$[17]$ である。

C_1 と x 軸で囲まれた 2 つの図形の面積の和を S_1 とすると，$S_1 = \dfrac{[18]}{[19]}$ である。

C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S_2 とすると，$S_2 = \dfrac{[20]}{[21]}$ である。

〔 1 ～ 21 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第３問　次の文章中の［1］～［21］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号［1］～［21］**

n を自然数とする。初項が a，第 2 項が b，第 3 項が c である等差数列 $\{a_n\}$ がある。

$a+b+c=-3$，$abc=8$ である。ただし，a，b，c は実数の定数であり，$a>0$ である。

(1)　a，b，c の値を求めると，$a=$［1］，$b=-$［2］，$c=-$［3］ である。

$\{a_n\}$ の公差は $-$［4］ であり，$a_n=-$［5］$n+$［6］ である。

$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_n=\dfrac{-[7]n^2+[8]n}{[9]}$ である。

(2)　初項が c，第 2 項が b，第 3 項が a である等差数列を $\{b_n\}$ とする。

$b_n=$［10］$n-$［11］ である。

$\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とすると，$T_n=\dfrac{[12]n^2-[13][14]n}{[15]}$ である。

$T_n-S_n=$［16］$n\left(n-[17]\right)$ であり，T_n-S_n が 1000 を超える最小の n の値は，

$n=$［18］［19］ である。

(3)　t を実数とし，数列 $b+t$，$c+t$，$a+t$ は，この順で等比数列であるとする。

$t=$［20］ であり，この等比数列の公比は $-$［21］ である。

〔 1 ～ 21 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第４問　次の文章中の［1］～［24］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号［1］～［24］**

1 辺の長さが 4 である正四面体 OABC がある。辺 AB の中点を M とし，辺 OC の中点を N とする。三角形 BMN の重心を G とする。直線 OG と平面 ABC の交点を H とする。

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=$［1］であり，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=$［2］である。

$OM=$［3］$\sqrt{\text{［4］}}$ であり，$\cos\angle MON=\dfrac{\sqrt{\text{［5］}}}{\text{［6］}}$ である。

三角形 OMN の面積は ［7］$\sqrt{\text{［8］}}$ である。

(2) $\overrightarrow{NM}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{\text{［9］}}-\dfrac{\overrightarrow{OC}}{\text{［10］}}$ であり，$NM=$［11］$\sqrt{\text{［12］}}$ である。

(3) $\overrightarrow{OG}=\dfrac{\text{［13］}}{\text{［14］}}\overrightarrow{OA}+\dfrac{\text{［15］}}{\text{［16］}}\overrightarrow{OB}+\dfrac{\text{［17］}}{\text{［18］}}\overrightarrow{OC}$ であり，$OG=$［19］$\sqrt{\text{［20］}}$ である。

(4) 実数の定数 k を用いて，$\overrightarrow{OH}=k\overrightarrow{OG}$ と表せる。H は平面 ABC 上にあることより，

$k=\dfrac{\text{［21］}}{\text{［22］}}$ である。OG：GH＝［23］：［24］ である。

〔 1 ～ 24 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0