数学Ⅱ・数学Ｂ・数学Ｃ

問題は第４問まであります

＜答えに関する注意事項＞

１．以下の問題の解答番号 1 以降には，0，1，2，3，・・・・・・，9の数字のうち，いずれか 1 つが入る（１桁の整数“1”は 1 ，２桁の整数“12”は 1 2 ，３桁の整数“123”は 1 2 3 のように並べて表す）。

２．解答が120，解答欄が 1 2 3 の場合，解答は以下のようになる。

1 ＝①，2 ＝②，3 ＝⑩

３．分数は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えるものとする。

４．根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えるものとする（例えば，$4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけない）。

第１問　次の文章中の［1］～［24］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号［1］～［24］**

(A)

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ とする。

(1)　$\cos 2\theta = -\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ であり，$\tan 2\theta = -\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$ である。

(2)　$\tan^2\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\boxed{5} - \sqrt{\boxed{6}}}{\boxed{7}}$ である。

(B)

x の不等式 $\log_a x(3-x) > \log_a x(x+1)$ …(＊) がある。ただし，a は 1 でない正の定数である。

真数の条件より，$\boxed{8} < x < \boxed{9}$ である。

(1)　$a > 1$ であるとき，不等式(＊)の解は，$\boxed{10} < x < \boxed{11}$ である。

(2)　$0 < a < 1$ であるとき，不等式(＊)の解は，$\boxed{12} < x < \boxed{13}$ である。

(C)

定点 $\mathrm{A}(6,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 3)$ と動点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ がある。

(1) $\mathrm{PA}=\mathrm{PB}$ であるとき，P の軌跡を表す方程式は，$y=\boxed{14}x-\dfrac{\boxed{15}}{\boxed{16}}$ である。

(2) $\mathrm{PA}^2+\mathrm{PB}^2=35$ であるとき，P の軌跡は中心が $\left(\boxed{17},\ \dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}}\right)$，半径が $\dfrac{\boxed{20}}{\boxed{21}}$ の円である。

(3) 三角形 PAB の重心を G とする。P が円 $x^2+y^2=9$ の周上を動くとき，G の軌跡は中心が $\left(\boxed{22},\ \boxed{23}\right)$，半径が $\boxed{24}$ の円の一部である。

〔 $\boxed{1}$～$\boxed{24}$ の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第２問　次の文章中の［1］～［22］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［22］

放物線 $C : y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ がある。C 上の点 $\mathrm{A}(2,\ 0)$ における接線を ℓ とし，A を通り，ℓ に垂直な直線を m とする。

(1)　ℓ の方程式は，$y =$［1］$x -$［2］ であり，m の方程式は，$y = -\frac{[3]}{[4]}x +$［5］

である。

(2)　C と m の共有点のうち，A でない方の点を B とする。B の x 座標は $-$［6］ であり，

C と m で囲まれた図形の面積を S_1 とすると，$S_1 = \frac{[7][8][9]}{[10][11]}$ である。

(3)　点 $\mathrm{P}(1,\ -6)$ から C に引いた 2 本の接線を求めたい。C 上の点 Q は実数の定数 t を用いて，$\mathrm{Q}\left(t,\ \frac{1}{2}t^2 - 2\right)$ と表せる。Q における C の接線の方程式を t を用いて表すと，$y = tx - \frac{[12]}{[13]}t^2 -$［14］ である。この接線が P を通るような t の値を求めると，

$t =$［15］，$-$［16］ であり，2 本の接線の方程式は，$y =$［17］$x -$［18］［19］ 及び，

$y = -$［20］$x -$［21］ である。

この 2 本の接線と C とで囲まれた図形の面積を S_2 とすると，$S_2 =$［22］ である。

〔 1 ～ 22 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第３問　次の文章中の［1］～［22］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［22］

n を自然数とする。$a_1 = 2$，$a_{n+1} = a_n + 2n + 3$ で定められる数列を $\{a_n\}$ とする。

$\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする。

(1)　$a_2 =$［1］，$a_3 =$［2］［3］ である。

(2)　$\{b_n\}$ は初項［4］，公差［5］の等差数列であり，$n \geqq 2$ であるとき，

$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = n^2 +$［6］$n -$［7］ である。

$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$S_n = \dfrac{［8］}{［9］} n\left(［10］n^2 +［11］n +［12］\right)$ である。

(3)　数列 $\{c_n\}$ を，$c_n = \dfrac{1}{a_n + 1}$ で定める。$c_n = \dfrac{1}{n\left(n +［13］\right)}$ であり，$\{c_n\}$ の初項から第 5 項までの和は $\dfrac{［14］［15］}{［16］［17］}$ である。

$\sum_{k=1}^{n} c_k = \dfrac{n\left(［18］n +［19］\right)}{［20］\left(n +［21］\right)\left(n +［22］\right)}$ である。ただし，［21］$<$［22］とする。

〔 1 ～ 22 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0

第４問　次の文章中の［1］～［22］に適する数字を，下の選択肢①～⑩のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，重複して使用してもよい。　　**解答番号**［1］～［22］

$\mathrm{OA}=5$，$\mathrm{OB}=4$ である三角形 OAB がある。直線 OA に関して点 B と対称な点を C とする。直線 BC と直線 OA の交点を D とする。$\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\sqrt{11}$ である。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=$［1］［2］ であり，$\cos\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{［3］}{［4］}$ である。三角形 OAB の面積は

$\dfrac{［5］\sqrt{［6］}}{［7］}$ である。

(2) $\mathrm{OD}=\dfrac{［8］}{［9］}\mathrm{OA}$ であり，$\mathrm{BC}=［10］\sqrt{［11］}$ である。三角形 OBC の面積は $［12］\sqrt{［13］}$

である。$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\dfrac{［14］}{［15］}\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ である。

(3) A から直線 OC に垂線 AE を下ろす。$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ は実数の定数 k を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=k\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表せる。$\mathrm{AE}\perp\mathrm{OC}$ であることより，$k=\dfrac{［16］［17］}{［18］［19］}$ であり，$\mathrm{OE}=\dfrac{［20］［21］}{［22］}$ である。

〔 1 ～ 22 の選択肢 〕

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0